



[এদিকে লক্ষ্য করুনঃ ইন্টিগ্রেশন বি ২০২২, তারিখ ২৬ আগস্ট, ২০২২ তারিখ বেলা ২ ঘটিকায় শুরু হচ্ছে। এটি ৫ঘটিকায় শেষ হয়ে যাবে। এর মধ্যে সমাধানের ছবি তুলে ছবি/ডক ফাইল আকারে ট্যাকিয়নের অফিশিয়াল ই-মেইল [editortachyon@gmail.com](mailto:editortachyon@gmail.com) বা ট্যাকিয়নের অফিশিয়াল ফেইসবুক পেইজ [facebook.com/TachyonTs](https://www.facebook.com/TachyonTs) এ পাঠাতে হবে। বেলা ৫টার পর উত্তর পাঠালে তা গ্রহণযোগ্য হবে না। ইন্টারনেট কিংবা কোনো সিমুলেশন সফটওয়্যার বা গ্রাফিং ক্যালকুলেটর ব্যবহার করা যাবে। তবে উত্তরপত্রে সম্পূর্ণ কার্যপদ্ধতি ব্যাখ্যা না করলে নম্বর দেওয়া সম্ভব হবে না।]

### প্রশ্ন 1 [2 Marks]

নিয়াজ আর সোয়াদ কথা বলার সময় নিজেদের মধ্যে তর্ক শুরু করল নিম্নে প্রদত্ত ফাংশনটি নিয়ে। নিয়াজের মতে ফাংশনটি বিচ্ছিন্ন। অন্যদিকে সোয়াদের মতে ফাংশনটি অবিচ্ছিন্ন। কে সঠিক ব্যাখ্যা কর। উভয়েই সঠিক হওয়ার কোনো সম্ভাবনা আছে কি?

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{when } x < 0 \\ 1 & \text{when } x \geq 0 \end{cases}$$

### প্রশ্ন 2 [4 Marks]

$$\int_0^{2\pi} [\sqrt{1 - \cos^2 x} - \cos x] dx = ?$$

### প্রশ্ন 3 [6 Marks]

বিজ্ঞানী হাবল নানা পর্যবেক্ষণ থেকে প্রাপ্ত তথ্যের ভিত্তিতে দেখান যে আমাদের মহাবিশ্ব প্রসারিত হচ্ছে। আমরা সবাই এই সম্প্রসারণশীল মহাবিশ্বে আছি। ধরো, তুমি এই প্রসারণের দিকে প্রতি মিনিটে 1 সেমি করে সরে 1 মিটার দূরের কোনো বিন্দুতে যেতে চাচ্ছ। এই সময়ের মধ্যেই তোমার আর ওই বিন্দুর মাঝের স্থান প্রতি মিনিটে 1 মিটার গতিবেগে প্রসারিত হচ্ছে। প্রসারণের সাথে সাথে প্রসারণের দিকে তোমারও সামান্য সরণ হচ্ছে। তুমি কি কখনও তোমার কাজিফত সেই লক্ষ্যে পৌঁছাতে পারবে? তোমার বক্তব্যের স্বপক্ষে যুক্তি ও গণিত উপস্থাপন করো।

### প্রশ্ন 4 [8 Marks]

নিচের ইন্টিগ্রেশনটি সম্পন্ন করো

$$\int \sin(101x) \sin^{99}(x) dx$$

### প্রশ্ন 5 [10 Marks]

কিছুক্ষণের জন্য ধরো পাই একটি মূলদ সংখ্যা। অর্থাৎ একে দুইটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার অনুপাত আকারে লেখা যায়। তার মানে  $\pi = a/b$  ধরি এই দুই সংখ্যার মাঝে সম্পর্ক আবার নিচের দুইটি বহুপদীর সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

$$f(x) = \frac{x^n(a - bx)^n}{n!}$$

$$F(x) = \sum_{n=0}^n (-1)^n f^{(2n)}(x)$$

এখান থেকে প্রমাণ করো পাই আসলে একটি অমূলদ সংখ্যা এবং আমাদের ধরে নেওয়া  $\pi = a/b$  বাস্তবে হওয়া সম্ভব না।

### প্রশ্ন 6 [12 Marks]

নিচে উল্লেখিত ডিফারেন্সিয়াল ইকুয়েশনটির সকল  $y$  এর মান বের করো।

$$\frac{dy}{dt} = \frac{t(y + 1) + (y + 1)^2}{t^2}$$

...